

# 目次

|       |                              |    |
|-------|------------------------------|----|
| 第 0 章 | 本書について                       | 1  |
| 0.1   | ゲージ理論について . . . . .          | 1  |
| 0.2   | 微分形式と共変解析力学について . . . . .    | 3  |
| 0.3   | 本書の構成について . . . . .          | 3  |
| 0.4   | 本書についてのいくつかの注意 . . . . .     | 5  |
| 第 1 部 | 場の古典論                        | 11 |
| 第 1 章 | 質点系のラグランジュ形式                 | 13 |
| 1.1   | オイラー・ラグランジュ方程式 . . . . .     | 13 |
| 1.2   | オイラー・ラグランジュ方程式の共変性 . . . . . | 15 |
| 1.3   | 自由粒子のラグランジアン . . . . .       | 16 |
| 1.4   | 質点と重力場との相互作用 . . . . .       | 19 |
| 1.5   | 質点と電磁場との相互作用 . . . . .       | 20 |
| 第 2 章 | 一般相対論の原理                     | 22 |
| 2.1   | 特殊相対論の原理 . . . . .           | 22 |
| 2.2   | 一般相対論の諸原理 . . . . .          | 24 |
| 2.3   | 計量の導入 . . . . .              | 28 |
| 2.4   | 光線の運動方程式 . . . . .           | 29 |
| 2.5   | 局所慣性系と局所ローレンツ系との一致 . . . . . | 33 |

|              |                            |           |
|--------------|----------------------------|-----------|
| 2.6          | 自由粒子の方程式と弱い等価原理 . . . . .  | 33        |
| 2.7          | 諸原理についてのコメント . . . . .     | 40        |
| <b>第 3 章</b> | <b>テンソル解析</b>              | <b>43</b> |
| 3.1          | テンソル . . . . .             | 43        |
| 3.2          | 共変微分 . . . . .             | 48        |
| 3.3          | 平行移動 . . . . .             | 55        |
| 3.4          | 曲率テンソル . . . . .           | 56        |
| 3.5          | 計量テンソル . . . . .           | 58        |
| 3.6          | 接続を計量で表す . . . . .         | 60        |
| 3.7          | 微分形式 . . . . .             | 63        |
| 3.8          | 多脚場とスピン接続 . . . . .        | 69        |
| 3.9          | コメント . . . . .             | 72        |
| 3.A          | 計算についての補足 . . . . .        | 72        |
| <b>第 4 章</b> | <b>場の古典論の概要とゲージ原理</b>      | <b>75</b> |
| 4.1          | 物質場とゲージ場 . . . . .         | 75        |
| 4.2          | 場のオイラー・ラグランジュ方程式 . . . . . | 76        |
| 4.3          | 電磁場 . . . . .              | 80        |
| 4.4          | 重力場 . . . . .              | 81        |
| 4.5          | ゲージ原理 . . . . .            | 82        |
| <b>第 5 章</b> | <b>電磁場</b>                 | <b>86</b> |
| 5.1          | 質点と電磁場との結合 . . . . .       | 86        |
| 5.2          | 電磁場, 電磁場の強さの成分 . . . . .   | 89        |
| 5.3          | 電磁場のラグランジアン密度 . . . . .    | 90        |
| 5.4          | マクスウェル方程式 . . . . .        | 92        |
| 5.5          | 微分形式での記述 . . . . .         | 93        |
| <b>第 6 章</b> | <b>微分形式の微分形式による微分とその応用</b> | <b>95</b> |
| 6.1          | 微分形式の微分形式による微分 . . . . .   | 95        |

|               |                                 |            |
|---------------|---------------------------------|------------|
| 6.2           | 微分形式でのオイラー・ラグランジュ方程式の導出 . . .   | 99         |
| 6.3           | 電磁場への応用 . . . . .               | 100        |
| <b>第 7 章</b>  | <b>複素スカラー場</b>                  | <b>101</b> |
| 7.1           | 自由な複素スカラー場 . . . . .            | 101        |
| 7.2           | 複素スカラー場と電磁場との結合 . . . . .       | 103        |
| <b>第 8 章</b>  | <b>ゲージ場</b>                     | <b>106</b> |
| 8.1           | 電磁場とアフィン接続との類似 . . . . .        | 106        |
| 8.2           | 非可換ゲージ場の導入 . . . . .            | 108        |
| 8.3           | ゲージ場の変換則 . . . . .              | 110        |
| 8.4           | ゲージ場の曲率 . . . . .               | 112        |
| 8.5           | 平行移動による解釈 . . . . .             | 114        |
| 8.6           | ゲージ場の運動方程式 . . . . .            | 115        |
| 8.7           | 曲率の共変微分 . . . . .               | 120        |
| 8.8           | 微分形式での記述 . . . . .              | 122        |
| 8.9           | ゲージ場の再定義 . . . . .              | 125        |
| 8.A           | 計算についての補足 . . . . .             | 128        |
| 8.B           | 統一場理論からゲージ理論へ . . . . .         | 129        |
| 8.C           | 内山龍雄の一般ゲージ場論の動機 . . . . .       | 131        |
| <b>第 9 章</b>  | <b>重力場</b>                      | <b>133</b> |
| 9.1           | 重力場のラグランジアン密度 . . . . .         | 133        |
| 9.2           | アインシュタイン方程式 . . . . .           | 134        |
| 9.3           | アインシュタイン定数の決定 . . . . .         | 139        |
| 9.4           | 微分形式による記述：準備 . . . . .          | 141        |
| 9.5           | 微分形式によるアインシュタイン方程式の導出 . . . . . | 144        |
| 9.A           | 補足 . . . . .                    | 148        |
| <b>第 10 章</b> | <b>ディラック場</b>                   | <b>156</b> |
| 10.1          | ガンマ行列とローレンツ変換 . . . . .         | 156        |

|        |                                |     |
|--------|--------------------------------|-----|
| 10.2   | 自由なディラック場 . . . . .            | 158 |
| 10.3   | ディラック場と電磁場との結合 . . . . .       | 163 |
| 10.4   | 強い相互作用 . . . . .               | 164 |
| 10.5   | 微分形式での記述 . . . . .             | 166 |
| 第 11 章 | ゲージ場としての重力場                    | 168 |
| 11.1   | 公式 . . . . .                   | 168 |
| 11.2   | ディラック場と重力との結合 . . . . .        | 169 |
| 11.3   | 重力場の方程式 . . . . .              | 175 |
| 11.4   | 振率について . . . . .               | 178 |
| 11.5   | 重力場の方程式：振率なしの要請をした場合 . . . . . | 179 |
| 11.6   | 1 階形式 . . . . .                | 180 |
| 11.A   | 重力場のラグランジアン形式の書き換え . . . . .   | 184 |
| 第 2 部  | 共変解析力学                         | 187 |
| 第 12 章 | 従来の正準形式                        | 189 |
| 12.1   | 質点系の正準形式 . . . . .             | 189 |
| 12.2   | 場の従来の正準形式 . . . . .            | 192 |
| 第 13 章 | 共変解析力学：導入                      | 195 |
| 13.1   | 場の従来の正準形式の問題点 . . . . .        | 195 |
| 13.2   | 歴史 . . . . .                   | 196 |
| 13.3   | 一般論 . . . . .                  | 198 |
| 13.4   | 電磁場 . . . . .                  | 199 |
| 13.5   | 非可換ゲージ場 . . . . .              | 201 |
| 13.6   | 複素スカラー場 . . . . .              | 202 |
| 13.7   | 質点系 . . . . .                  | 204 |
| 13.8   | De Donder-Weyl 理論 . . . . .    | 205 |
| 第 14 章 | 重力場の共変解析力学                     | 211 |

|        |                                          |     |
|--------|------------------------------------------|-----|
| 14.1   | 公式 . . . . .                             | 211 |
| 14.2   | 準備 . . . . .                             | 212 |
| 14.3   | 共役形式 $\pi_a$ での変分 . . . . .              | 214 |
| 14.4   | フレーム形式 $\theta^a$ での変分 . . . . .         | 216 |
| 14.5   | 正準方程式 . . . . .                          | 220 |
| 14.6   | 1 階形式 . . . . .                          | 221 |
| 14.A   | (14.4.24) の証明 . . . . .                  | 223 |
| 第 15 章 | 共変解析力学の展開                                | 225 |
| 15.1   | ポアソン括弧 . . . . .                         | 225 |
| 15.2   | 変換の生成子 . . . . .                         | 226 |
| 15.3   | 拘束系への適用 . . . . .                        | 227 |
| 15.A   | Covariant Hamiltonian approach . . . . . | 228 |
| 第 3 部  | 不変変分論とゲージ理論                              | 229 |
| 第 16 章 | 不変変分論                                    | 231 |
| 16.1   | 質点系の Noether の定理：一般論 . . . . .           | 231 |
| 16.2   | 質点系の Noether の定理の応用 . . . . .            | 235 |
| 16.3   | 場の不変変分論：一般論 . . . . .                    | 237 |
| 16.4   | Noether の第 1 定理 . . . . .                | 240 |
| 16.5   | Noether の第 2 定理 . . . . .                | 242 |
| 16.6   | Noether の第 2 定理の性質 . . . . .             | 244 |
| 16.7   | Noether の第 1 定理の応用 . . . . .             | 248 |
| 16.8   | Noether の第 2 定理の応用 . . . . .             | 249 |
| 16.A   | Noether の第 2 定理の応用：その 2 . . . . .        | 250 |
| 第 17 章 | 内山龍雄の一般ゲージ場論                             | 254 |
| 17.1   | ゲージ場の導入 . . . . .                        | 254 |
| 17.2   | ラグランジアン密度の形：Noether の第 2 定理の応用 . . . . . | 260 |

|        |                                         |     |
|--------|-----------------------------------------|-----|
| 17.3   | ゲージ場の運動方程式 . . . . .                    | 261 |
| 第 18 章 | 初期のゲージ理論 . . . . .                      | 264 |
| 18.1   | ワイルのゲージ理論 . . . . .                     | 264 |
| 18.2   | ゲージ原理への発展 . . . . .                     | 268 |
| 18.3   | ショアのゲージ理論 (SU(2), 1955 年) . . . . .     | 270 |
| 18.4   | ヤン・ミルズのゲージ理論 (SU(2), 1954 年) . . . . .  | 273 |
| 18.5   | いくつかのコメント . . . . .                     | 274 |
| 第 4 部  | 第 1, 2, 3 部への付録 . . . . .               | 277 |
| 第 A 章  | 線形リー群 . . . . .                         | 279 |
| A.1    | 線形リー群とリー代数 . . . . .                    | 279 |
| A.2    | 随伴表現 . . . . .                          | 282 |
| A.3    | 構造定数の完全反対称性 . . . . .                   | 283 |
| A.4    | ゲージ場の変換則 . . . . .                      | 284 |
| 第 B 章  | テンソル解析への補足 . . . . .                    | 286 |
| B.1    | 局所ローレンツ系の設定 . . . . .                   | 286 |
| B.2    | 行列式の微分 . . . . .                        | 288 |
| B.3    | 反対称共変テンソルの微分 . . . . .                  | 288 |
| B.4    | 余微分の計算 . . . . .                        | 290 |
| B.5    | ダランベルシアン . . . . .                      | 291 |
| B.6    | 曲率の対称性 . . . . .                        | 293 |
| B.7    | ビアンキ恒等式 . . . . .                       | 294 |
| B.8    | 擬テンソル $E_{\mu_1 \dots \mu_n}$ . . . . . | 296 |
| B.9    | デルタ関数 . . . . .                         | 297 |
| B.10   | 真の重力の有無 . . . . .                       | 298 |
| 第 C 章  | 場のオイラー・ラグランジュ方程式の共変性 . . . . .          | 303 |

|       |                              |     |
|-------|------------------------------|-----|
| 第 D 章 | フレーム形式の公式集                   | 305 |
| D.1   | 公式集 . . . . .                | 305 |
| D.2   | 証明 . . . . .                 | 306 |
| 第 E 章 | ピン群                          | 309 |
| E.1   | $O(p, q)$ 群 . . . . .        | 309 |
| E.2   | ピン群 . . . . .                | 310 |
| E.3   | 群 $\mathcal{P}^D$ . . . . .  | 312 |
| 第 F 章 | ディラック場の共変解析力学                | 315 |
| 第 G 章 | エネルギー・運動量保存則                 | 318 |
| G.1   | 全系のエネルギー・運動量保存則 . . . . .    | 318 |
| G.2   | 「物質」系のエネルギー・運動量保存則 . . . . . | 320 |
| 第 5 部 | さらなる補足                       | 323 |
| 第 H 章 | 特殊相対論と表現論                    | 325 |
| H.1   | ミンコフスキー時空とポアンカレ変換 . . . . .  | 325 |
| H.2   | ポアンカレ群とローレンツ群 . . . . .      | 328 |
| H.3   | 回転群の表現 . . . . .             | 330 |
| H.4   | ローレンツ群の表現 . . . . .          | 335 |
| 第 I 章 | 一般ゲージ理論と物性物理                 | 339 |
| 文献紹介  |                              | 343 |
| あとがき  |                              | 355 |
| 索引    |                              | 358 |